

**Test intermédiaire de rhéologie (MSE-206)**  
**Mardi 13 mai 2025, 8h15-10h00 (durée 1h45)**

**Formulaire autorisé, pas d'autres documents**  
**Calculette scientifique autorisée**

**3 exercices indépendants – Répondez directement sur ce document**

*1 point de bonus pour la présentation (propreté, orthographe)*

**1. Microfluage d'un barreau de calibration (20 points/50)**

Un dispositif de calibration pour la visée d'un télescope inclus un petit barreau cylindrique qui pose un problème de fluage qu'il s'agit d'analyser. Le barreau a une longueur au repos de 2 mm et un diamètre de 1 mm. Des mesures par interférométrie donnent les résultats d'élongation  $\Delta$  du barreau en fonction du temps sous une charge de 2 N montrés à la Figure 1, et ces dernières sont modélisées avec l'équation suivante :

$$\Delta(t) = 5 - 4 \cdot \exp\{-0.5t\} \quad (\text{où } \Delta \text{ est en } \mu\text{m et } t \text{ est en heures})$$

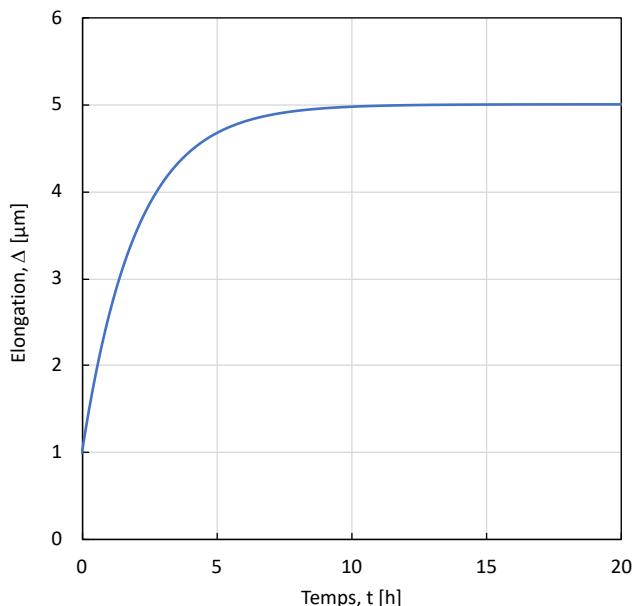


Figure 1. Élongation du barreau sous une charge de 2 N en fonction du temps.

- a) Comment pourriez-vous vérifier expérimentalement qu'il s'agit d'un matériau viscoélastique linéaire ?

b) En faisant l'hypothèse qu'il s'agit bien d'un matériau viscoélastique linéaire, quel modèle représente bien ce matériau ? Quelles sont les valeurs des paramètres du modèle ? Quelles sont les valeurs du module relaxé, et du temps de relaxation caractéristique de ce matériau ?

c) Le barreau est maintenant soumis au temps  $t = 0$  à une charge plus faible de 1 N maintenue constante pendant 5 heures, puis la charge est retirée instantanément. Représentez graphiquement l'allure de la charge et de la déformation du barreau en fonction du temps. Calculez ensuite la déformation, et l'élongation correspondante aux temps  $t = 0$ ,  $t = 5\text{ h}$  juste avant la décharge et juste après, et  $t = 10\text{ h}$ .



d) Le barreau est finalement soumis à une charge qui augmente linéairement de 0 à 1 N en 5 heures, puis diminue linéairement jusqu'à 0 N en 5 heures également. Représentez graphiquement l'allure de la charge et de la déformation du barreau en fonction du temps. Calculez ensuite la déformation, et l'élongation correspondante aux temps  $t = 0$ ,  $t = 5\text{ h}$  et  $t = 10\text{ h}$ .

e) Lequel des deux programmes c) et d) ci-dessus donne la déformation la plus petite ? Que proposeriez-vous pour diminuer davantage le fluage de ce petit barreau ? Quelques lignes suffisent.

## Problème 2 : Extraction de carottes glaciaires (20 points/50)

Vous avez accepté de rejoindre l'équipe de l'EPFL qui participe à l'Antarctic Circumnavigation Expedition (ACE) et partez extraire des échantillons cylindriques (des "carottes") de glace sur la banquise de l'Antartique (Figure 2.1). L'équipe s'est munie d'un appareil pour prélever les carottes, appelé un carottier, dont le principe est montré à la Figure 2.2. Il s'agit d'un tube métallique de longueur  $L = 10 \text{ m}$ , de diamètre externe de 12 cm et d'épaisseur de 1 cm (les carottes de glace ont donc un diamètre de 10 cm). Ce tube comprend une tête de forage et il est attaché au bout d'un long câble enroulé sur un treuil. Une carotte de 3 mètres de longueur est forée. A chaque passe, tous les 3 m, le tube de 10 m du système carottier est treuillé à la surface, vidé de la carotte et des copeaux, puis renvoyé au fond.



Figure 2.1. Carotte de glace extraite à 3270 mètres de profondeur près du pôle Sud par la collaboration européenne Epica.

La tête de forage a un diamètre légèrement supérieur à celui du carottier, permettant d'utiliser un fluide de forage à base de kérostone, qui sert à contrebalancer la pression de la glace et évite au trou de se refermer. Le diamètre du trou creusé est égal à 12.2 cm, correspondant à une épaisseur du fluide, entre le carottier et la glace de 1 mm.

La masse à treuiller (carottier et carotte de glace) est d'environ 300 kg, soit une force d'environ 3000 N. Mais il faut ajouter à cette force une force due à la résistance visqueuse du fluide de forage. En effet, le tube est dans un trou qui contient le fluide de viscosité 12 Pa.s, et qui va donc exercer une résistance supplémentaire à l'extraction. Notons que le tube ne tourne pas, il est simplement retiré et se déplace parallèlement à l'axe du trou de forage.

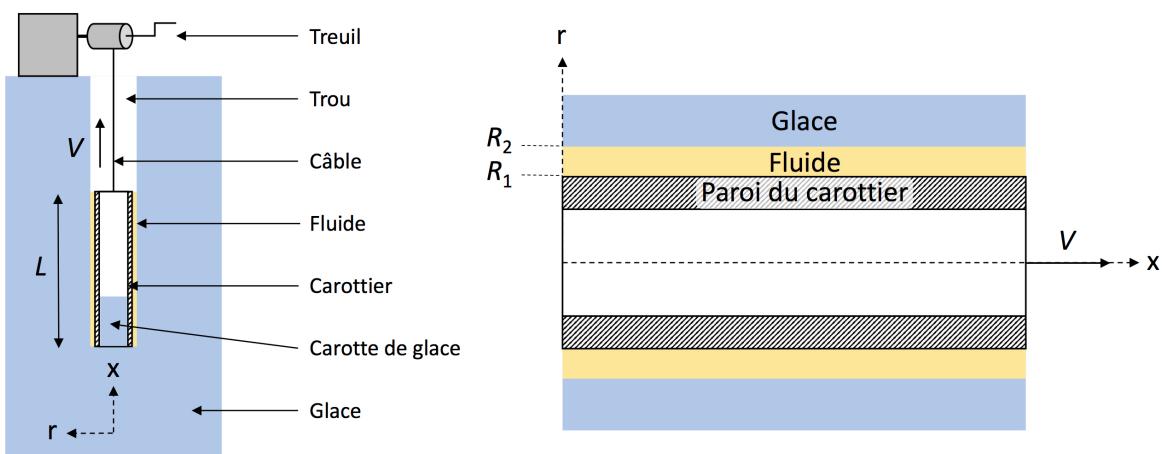


Figure 2.2. Principe de fonctionnement du carottier et géométrie du problème.

Pour trouver quelle est cette force supplémentaire, vous devez résoudre le problème suivant :

On suppose que le fluide est incompressible et Newtonien, et se trouve entre les deux cylindres de rayons  $R_1$  et  $R_2$ . Le cylindre intérieur est tiré à la vitesse constante  $V = 0.1 \text{ m/s}$ . On considère que le cylindre est très long dans la direction  $x$ , et que l'écoulement est stationnaire.

a) L'épaisseur du film formé par le fluide de forage étant petite par rapport au rayon du cylindre, commencez par trouver une approximation du taux de cisaillement et de la contrainte de cisaillement  $\tau_{rx}$ , puis calculez la force visqueuse  $F_v$  correspondante.

b) Ensuite, il vous faut résoudre le problème de façon plus précise, en tenant compte de la géométrie cylindrique du forage. Trouvez le profil des vitesses dans le fluide entre les cylindres. Pour cela, faites les hypothèses nécessaires sur l'équation de Navier-Stokes.

c) Calculez la contrainte de cisaillement  $\tau_{rx} = \eta \left( \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial x} \right)$  où  $u_x$  et  $u_r$  sont les composantes du champ de vitesse au sein du fluide.

d) Calculez la force de cisaillement  $F_v$  pour tirer les 10 m de tube à la même vitesse de 0.1 m/s. L'approximation calculée en a) était-elle satisfaisante et pourquoi ? Par ailleurs, qu'en concluez-vous sur la force totale de tirage du treuil ?

e) Quelles solutions pourriez vous proposer à l'équipe ACE pour diminuer cette force visqueuse, concernant le fluide de forage ou le dimensionnement de l'opération de forage ?

**Problème 3 : questions diverses** (2 points/50 pour chaque question)

- a) Pour un solide donné, si on vous donne des courbes de fluage (évolution de la déformation  $\varepsilon$  en fonction du temps  $t$ , pour un échantillon soumis à une contrainte  $\sigma_0$  constante) pour trois valeurs  $\sigma_0$  différentes, comment pouvez vous dire si le matériau est viscoélastique et quelle pourrait être sa loi de comportement  $\varepsilon(\sigma_0 ; t)$  ?
  
  - b) Quel est l'intérêt de faire une superposition temps-température pour un matériau viscoélastique ?
  
  - c) Pour un fluide, quelle est la différence entre un comportement rhéofluidifiant et un comportement thixotrope ? Donnez un exemple de chacun de ces deux comportements.

- d) Représentez schématiquement le modèle de Carreau-Yashuda (donné dans le formulaire) et expliquez brièvement la signification de chaque paramètre.
- e) Représentez schématiquement l'évolution de la viscosité  $\eta$  et du module de stockage  $G'$  d'une résine époxy lors de sa réticulation.